**1．计算下列反常积分：**

**(1)； (2)；**

**(3)(*p*>0, **>0); (4);**

**解(1）．**

**(2）**

****

**(3) **

****

**,**

**所以 .**

**(4) **

**2．判断下列无穷积分的敛散性：**

**1）； 2）；**

**解 (1)取为任何一个大于的数，不妨取，因为，因此根据柯西判别法知，对任何，无穷积分都收敛．**

**(2)取使中分子分母最高次数相同，则取．**

**因为，因此根据柯西判别法知，是发散的．**

**3． 判别下列瑕积分的收敛性：**

**(1)； (2) **

**解（1）此瑕积分的瑕点为．**

**，**

**当，分子分母为无穷小量，考虑等价无穷小替换，**

**，取，则．**

**取时，由**

**==1，**

**推知该瑕积分发散．**

**(2) 被积函数在积分区间上恒为负，所以它的收敛与绝对收敛是同一回事．**

**此瑕积分的瑕点为，，**

**，**

**对于，此瑕积分的瑕点为，**

** 取时，则，瑕积分发散，因此发散．**

**4．求下列极限：**

**（1）；**

**（2）；**

**解（1）由于在上连续，故在连续，所以，**

**．**

**（2）由于在上连续，故在连续，所以，**

**．**

**5．求，其中：**

**（1）；**

**（2）；**

**（3）；**

**（4）．**

**解（1）．**

**（2）**

**．**

**（3）**

**=．**

**（4），暂时固定，，使，显然，被积函数**

**与**

**在矩形域都连续，故有**

****

**.**

**因为使，所以，有**

**.**

**6．用求导法求下列积分：**

****

**解 设，则**

** **

**注意到**

****

**，**

**从而**

**所以，．**

**7．应用积分交换次序求下列积分：**

****

**解 ．**

**记，则**

****

**，**

**所以，，因此，**

**．**

**8、证明：欧拉等式**

**证明： 分别求等号左端的两个积分**

**设，有**

****

****

**于是，**

****

****

****